Mathe · Überblick

Analysis

Alles Wichtige auf zwei Seiten · gA und eA

Im Abitur 2027

Niedersachsen: Im Teil B stehen e-Funktionen und ganzrationale Funktionen im Vordergrund. Teil A ist ohne Taschenrechner und ohne Formelsammlung. eA zusätzlich: Umkehrfunktionen.

Ableitung = Steigung

$f'(x_0)$ ist die **Steigung der Tangente** an den Graphen von f an der Stelle x_0, also die momentane Änderungsrate. Die Ableitung ist eine Steigung, kein Funktionswert.

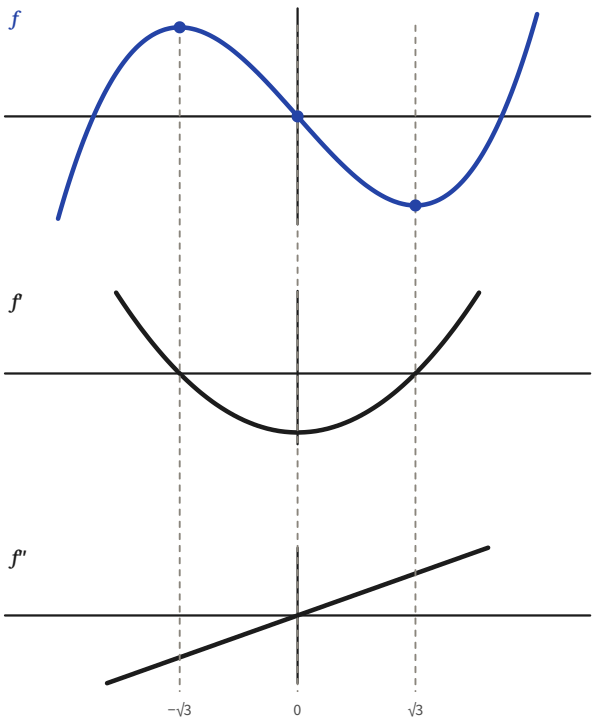
Regel	$f(x)$	$f'(x)$
Potenz	x^n	$n \cdot x^{n-1}$
e-Funktion	e^x	e^x
Faktor und Summe	$a \cdot u(x) + v(x)$	$a \cdot u'(x) + v'(x)$
Produkt	$u \cdot v$	$u' \cdot v + u \cdot v'$
Kette	$u(v(x))$	$u'(v(x)) \cdot v'(x)$

Tangente in x_0: $t(x) = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$

Beispiel Kette

$(e^{2x})' = 2 \cdot e^{2x}$. Die innere Ableitung 2 nicht vergessen.

Was der Graph verrät



bei f	bei den Ableitungen
steigt / fällt	$f' > 0$ / $f' < 0$
Hoch- oder Tiefpunkt	$f' = 0$ **und** Vorzeichenwechsel von f' (oder $f'' \neq 0$)
Hochpunkt	$f' = 0$ und $f'' < 0$
Tiefpunkt	$f' = 0$ und $f'' > 0$
Wendepunkt	$f'' = 0$ und Vorzeichenwechsel von f''; Extremum von f'
Linkskurve	$f'' > 0$

Im Bild: $f(x) = x^3/3 - 3x$. Hochpunkt von f ↔ Nullstelle von f' mit Wechsel von + nach −. Wendepunkt von f ↔ Tiefpunkt von f' ↔ Nullstelle von f''.

Die Klausur-Falle $f' = 0$ allein reicht nicht. Bei $f(x) = x^3$ ist $f'(0) = 0$, aber kein Extremum, sondern ein Sattelpunkt.

Funktionen aufstellen und Scharen

- **Steckbrief:** Eigenschaften in Gleichungen übersetzen. Punkt $(2 \mid 4) \rightarrow f(2) = 4$ · Extremstelle bei $2 \rightarrow f'(2) = 0$ · Wendestelle bei $1 \rightarrow f''(1) = 0$. Dann das LGS lösen.
- **Funktionenschar** f_a: Der Parameter a wird wie eine feste Zahl behandelt. Typisch: Für welches a liegt der Hochpunkt auf …? Oder: Welche Punkte haben alle Graphen gemeinsam?

Zählen hilft

Grad 3 hat 4 Unbekannte (a, b, c, d), also braucht man 4 Bedingungen.

Die e-Funktion

- e^x ist ihre eigene Ableitung, $e \approx 2{,}718$. Sie ist immer positiv, e^x wird nie null.
- Nullstellen von $f(x) = g(x) \cdot e^x$ deshalb nur aus $g(x) = 0$ (Satz vom Nullprodukt).
- Für $x \to -\infty$ geht e^x gegen 0, für $x \to \infty$ wächst es schneller als jede Potenz von x.
- Typisch im Abi: Wachstum und Abnahme $f(t) = a \cdot e^{kt}$, Produkte wie $x \cdot e^{-x}$.

Nicht verlangt 2027

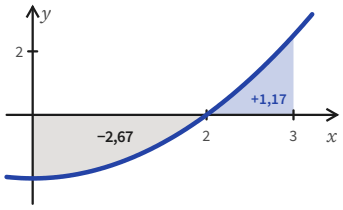
Die Ableitung von a^x mit $a \neq e$ und uneigentliche Integrale.

Integral, Fläche und Bestand

Ist F eine Stammfunktion von f ($F' = f$), gilt der **Hauptsatz**:

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$$

- Teile unter der x-Achse zählen **negativ**. Für eine **Fläche**: an den Nullstellen aufteilen und die Beträge addieren.
- Fläche zwischen zwei Graphen: $\int (f - g)\,\mathrm{d}x$ zwischen den Schnittstellen, ebenfalls abschnittsweise.
- Ist f eine Änderungsrate, ist das Integral die **Bestandsänderung**.



Im Bild

Das Integral von 0 bis 3 ist −1,5. Die Fläche ist 2,67 + 1,17 ≈ 3,83.

eA: Umkehrfunktionen

- Nur umkehrbar, wenn jeder y-Wert nur einmal vorkommt (z. B. streng monoton).
- Graph der Umkehrfunktion: **an der Geraden $y = x$ gespiegelt**. Definitions- und Wertemenge tauschen.
- Term: $y = f(x)$ nach x auflösen, dann x und y tauschen. Die Umkehrfunktion von e^x ist $\ln x$, die von x^2 ($x \geq 0$) ist $\sqrt{x}$.

Hilfsmittelfrei

Für lineare, quadratische und e-Funktionen muss man die Umkehrfunktion auch ohne Rechner bestimmen können.

eA: Rotationskörper

Dreht sich der Graph von f zwischen a und b um die x-Achse, entsteht ein Körper mit $V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2\,\mathrm{d}x$. Das Quadrat steht **innen**, π davor.

Typisch im Abi

Vasen, Gläser, Fässer: Profilkurve gegeben, Volumen oder Füllhöhe gesucht.

Typische Fehler

- Extremum nur mit $f' = 0$ begründet.
- Wendepunkt von f bei der Nullstelle von f' gesucht.
- Innere Ableitung vergessen.
- Fläche als Integral ohne Aufteilen an Nullstellen.

Was dieser Zettel nicht kann

Er zeigt dir, worum es geht. Rechenwege übst du am besten an echten Abi-Aufgaben.

Weiter lernen

diese Themen gehören dazu

- **Ableitung** · **Extrempunkte** · **f, f', f'' zuordnen**
- **e-Funktion** · **Integral und Fläche** · **Umkehrfunktion** (eA)

Alle Zettel kostenlos:

Link im TikTok-Profil

von randnotiz